

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ХАРКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
МІСЬКОГО ГОСПОДАРСТВА імені О. М. БЕКЕТОВА

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ
до виконання розрахунково-графічної роботи з курсу

ЕКОНОМЕТРИКА

*(для студентів заочної форми навчання освітньо-кваліфікаційного рівня
«бакалавр» напрямку підготовки 6.030504 - Економіка підприємства)*

Харків
ХНУМГ ім. О. М. Бекетова
2015

Методичні вказівки до виконання розрахунково-графічної роботи з курсу «Економетрика» (для студентів заочної форми навчання освітньо-кваліфікаційного рівня «бакалавр» напряму підготовки 6.030504 - Економіка підприємства) / Харків. нац. ун-т міськ. госп-ва ім. О. М. Бекетова; уклад. О. О. Воронков. - Харків: ХНУМГ ім. О. М. Бекетова, 2015. - 21 с.

Укладач: канд. екон. наук О. О. Воронков

Рецензент: канд. екон. наук, доцент кафедри ЕПМГ Г. І. Базецька

Рекомендовано кафедрою економіки підприємств міського господарства, протокол № 1 від 27.08.2015 р.

© О. О. Воронков, 2015

© ХНУМГ ім. О. М. Бекетова, 2015

ЗАГАЛЬНІ ВІДОМОСТІ

Вивчення дисципліни «Економетрика» передбачене навчальним планом підготовки бакалавра за напрямом 6.030504 - Економіка підприємства.

Швидкий розвиток і широке застосування засобів обчислювальної техніки визначають вимоги до підготовки сучасного економіста, який повинен за допомогою сучасних пакетів прикладних програм уміти аналізувати складні соціально-економічні явища. Зміст дисципліни «Економетрика» ґрунтується на необхідності підготовки фахівців, які знають і вміють користуватися у повсякденній роботі новітніми економіко-математичними методами й моделями.

Для закріплення знань з даного курсу і придбання навичок, що необхідні для побудови й аналізу економетричних моделей, для студентів заочної форми навчання передбачене виконання розрахунково-графічної роботи. Розрахунково-графічна робота з економетрики охоплює основні теми курсу, зокрема, «Етапи економетричного моделювання», «Класифікація економетричних моделей», «Проста лінійна економетрична модель», «Метод найменших квадратів». Пропоновані до рішення задачі передбачають побудову економетричної моделі. Для їх розв'язання необхідно оцінити вигляд кореляційної залежності, визначити параметри рівняння регресії і охарактеризувати їхній економічний зміст, оцінити силу лінійної залежності і впливу досліджуваного фактору, перевірити статистичну значущість отриманих результатів - виконати перевірку адекватності моделі та встановити довірчі межі помилки апроксимації.

Розрахунково-графічна робота має бути оформленою у відповідності до встановлених вимог, обов'язково відповідати номеру варіанту, містити умови розв'язування задач, необхідні розрахунки і пояснення, висновки з побудованих економетричних моделей.

Через великий обсяг обчислень при побудові і аналізі економетричних моделей у розрахунково-графічних роботах з економетрики рекомендується використовувати сучасні пакети прикладних статистичних програм:

STATISTICA, SPSS, SAS, Econometric Views, Mesosaur- Econometric, Excel та ін.

При виконанні розрахунково-графічної роботи з економетрики особливу увагу треба звернути на базові поняття, основні формули для розрахунків параметрів економетричних моделей, приклади їхньої побудови і аналізу, які наведені нижче.

Після здачі на перевірку розрахунково-графічна робота перевіряється і за умови правильного розв'язання завдань допускається до захисту студентом під

час заліку. Якщо розрахунково-графічну роботу не зараховано, її необхідно переробити відповідно до зауважень викладача.

Розрахунково-графічну роботу необхідно виконати в терміни, передбачені навчальним графіком. Наприкінці роботи потрібно навести літературу, якою студент користувався під час її виконання.

На титульному аркуші треба чітко написати назву дисципліни, варіант завдання, прізвище, ім'я та по батькові студента, вказати курс, спеціальність і факультет.

Номер варіанта завдання на розрахунково-графічну роботу обирають за двома останніми цифрами номера залікової книжки. Усього варіантів - 20. Якщо дві останні цифри залікової книжки перевищують число 20, то номер варіанта визначають шляхом вирахування числа 20, 40, 60 або 80. Наприклад, номеру залікової книжки, що закінчується цифрами 84 відповідає варіант 4.

ОСНОВНІ ПОЛОЖЕННЯ

Побудова кореляційної залежності

Побудова кореляційної залежності між результативною і факторною ознаками Y і X і оцінка тісноти зв'язку між ними є основною метою кореляційного аналізу. Кореляційний аналіз ґрунтується на використанні рівняння регресії.

Нагадаємо, що залежність

$$y = f(x), \quad (1)$$

в якій кожному значенню X відповідає одне певне значення Y , називають **функціональною**.

Одному значенню факторної ознаки X x_i може відповідати ряд значень Y : y_1, y_2, \dots, y_k , що зазвичай викликане впливом різних факторів на результативну ознаку Y або помилками вимірювання. У цьому випадку залежність називається **статистичною**. В такій залежності для кожного значення x_i можна визначити умовне середнє \bar{y}_i .

Статистичною називають залежність між X і Y , при цьому із зміною факторної ознаки X змінюється розподіл результативної ознаки Y . Статистична залежність, в якій при зміні X змінюється середнє значення Y , називається **кореляційною**.

$$\bar{y}_x = \varphi(x). \quad (2)$$

Регресією Y на X називають умовне математичне сподівання випадкової величини Y за умови, що X прийняла значення x_i . Лінію, що з'єднує точки \bar{y}_i , називають **лінією регресії**. Для апроксимації лінії регресії аналітичним виразом використовують **рівняння регресії**. На практиці найчастіше користуються лінійним рівнянням регресії:

$$Y = \rho_{yx} x + b. \quad (3)$$

Коефіцієнт при x ρ_{yx} називають **коефіцієнтом регресії**.

Метод найменших квадратів

Для визначення значень параметрів ρ_{yx} і b рівняння регресії (3) застосовують метод найменших квадратів (МНК), який дозволяє при відомому класі залежності $\bar{y}_x = \varphi(x)$ так вибрати їхні значення, щоб вона щонайкраще відображала дані спостережень.

При використанні МНК вимога найкращого узгодження $\bar{y}_x = \varphi(x)$ з дослідними даними збігається до того, щоб сума квадратів відхилень кривої, що згладжує, від експериментальних точок оберталася на мінімум:

$$\sum_{i=1}^n (y_{ip} - y_i)^2 \rightarrow \min. \quad (4)$$

де y_i – значення Y , отримані в результаті спостережень;

y_{ip} – розрахункові значення Y , отримані з виразу кривої, що згладжує $\varphi(x)$.

Якщо всі вимірювання провадилися з однаковою точністю, і помилки вимірювань розподілені за нормальним законом, то знайдена залежність буде найбільш імовірною з усіх можливих в даному класі функцій.

З урахуванням того, що $y_{ip} = \varphi(x_i)$, вираз (4) можна записати у вигляді:

$$\sum_{i=1}^n [\varphi(x_i) - y_i]^2 \rightarrow \min. \quad (5)$$

Невідомі параметри шуканої залежності визначають, записавши її не тільки як функцію аргументу x , але і як функцію невідомих параметрів a_j .

$$\sum_{i=1}^n [\varphi(x_i, a_1, a_2, \dots, a_j, \dots, a_m) - y_i]^2 \rightarrow \min. \quad (6)$$

Умова (6) виконується, якщо всі часткові похідні суми квадратів відхилень за параметрами a_j дорівнюють нулю. Часткові похідні дають систему $m+1$ рівнянь з $m+1$ невідомими, розв'язання якої дає шукані параметри a_j , що задовольняють умові (5).

Дістанемо для лінійного рівняння регресії (3) за методом найменших квадратів вираз для коефіцієнта регресії ρ_{yx} і вільного члена b . Для цього підставимо до (6) вираз (3):

$$\sum_{i=1}^n [\rho_{yx} x_i + b - y_i]^2 \rightarrow \min.$$

Для відшукування мінімуму візьмемо похідні за параметрами ρ_{yx} і b та дорівнюємо їх до нуля, дістанемо систему рівнянь:

$$\left. \begin{aligned} 2 \sum_{i=1}^n [\rho_{yx} x_i + b - y_i] * x_i &= 0 \\ 2 \sum_{i=1}^n [\rho_{yx} x_i + b - y_i] &= 0 \end{aligned} \right\}, \quad (7)$$

з якої в результаті перетворень отримаємо:

$$\left. \begin{aligned} \rho_{yx} * \sum x_i^2 + b * \sum x_i &= \sum x_i y_i \\ \rho_{yx} * \sum x_i + nb &= \sum y_i, \end{aligned} \right\}, \quad (8)$$

звідки виразимо ρ_{yx} і b

$$\rho_{yx} = \frac{n \sum x_i y_i - \sum x_i \sum y_i}{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2}, \quad (9)$$

$$b = \frac{\sum x_i^2 * \sum y_i - \sum x_i * \sum x_i y_i}{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2}. \quad (10)$$

Приклад 1. Для аналізу залежності обсягу споживання Y (грош. од.) домогосподарств від рівня доходу X (грош. од.) складена вибірка за щомісячними даними протягом року. Дані зведені в таблицю 1. Необхідно оцінити вид залежності і визначити параметри рівняння регресії.

Таблиця 1 - Вибірка за щомісячними даними

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
x_i	107	109	110	113	120	122	123	128	136	140	145	150
y_i	102	105	108	110	115	117	119	125	132	130	141	144

Для визначення виду залежності побудуємо поле кореляції (рис. 1).

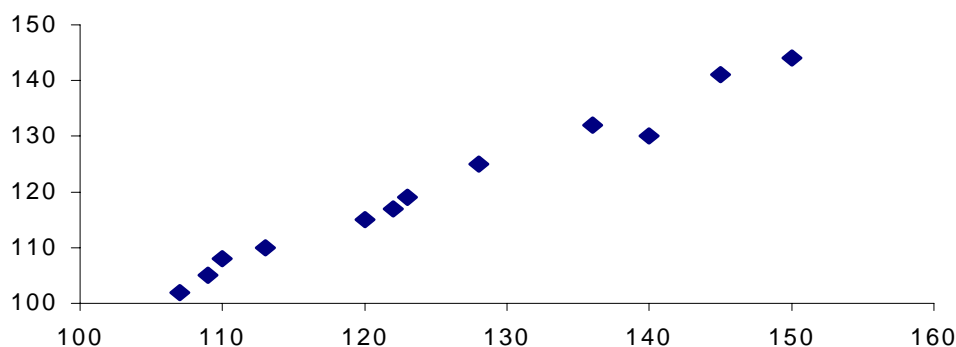


Рисунок 1 - Розміщення статистичних даних на полі кореляції

З розміщення точок на полі кореляції можна припустити, що залежність є лінійною:

$$\hat{y} = b + \hat{\rho}_{yx} x.$$

Для наочності розрахунків складемо допоміжну таблицю 2.

Таблиця 2 – Результати поточних розрахунків

i	x_i	y_i	x_i^2	$x_i y_i$	y_i^2	\hat{y}_i	$y_i - \hat{y}_i$	$(y_i - \hat{y}_i)^2$
1	107	102	11449	10914	10404	103,63	-1,63	2,66
2	109	105	11881	11445	11025	105,49	-0,49	0,24
3	110	108	12100	11880	11664	106,43	1,57	2,46
4	113	110	12769	12430	12100	109,23	0,77	0,59
5	120	115	14400	13800	13225	115,77	-0,77	0,59
6	122	117	14884	14274	13689	117,63	-0,63	0,40
7	123	119	15129	14637	14161	118,57	0,43	0,18
8	128	125	16384	16000	15625	123,24	1,76	3,10
9	136	132	18496	17952	17424	130,71	1,29	1,66
10	140	130	19600	18200	16900	134,45	-4,45	19,80
11	145	141	21025	20445	19881	139,11	1,89	3,57
12	150	144	22500	21600	20736	143,78	0,22	0,05
Сума	1503	1448	190617	183577	176834	1448		
Середнє	125,25	120,67	15884,75	15298,08	14736,17	120,67		

Застосуємо метод найменших квадратів і знайдемо оцінки параметрів рівняння регресії:

$$\hat{\rho}_{yx} = \frac{\overline{xy} - \bar{x} \cdot \bar{y}}{\overline{x^2} - \bar{x}^2} = \frac{15298,08 - 125,25 \cdot 120,67}{15884,75 - (125,25)^2} = 0,9339,$$

$$b = \bar{y} - \hat{\rho}_{yx} \bar{x} = 120,67 - 0,9339 \cdot 125,25 = 3,699.$$

Рівняння регресії має вигляд:

$$\hat{y} = 3,699 + 0,9339 x.$$

Отримане рівняння регресії в будь-якому разі вимагає певної інтерпретації і аналізу. У розглянутому прикладі коефіцієнт $\hat{\rho}_{yx}$ можна вважати як граничну схильність до споживання. Фактично він показує, на яку величину зміниться обсяг споживання, якщо рівень доходу збільшиться на одиницю. Вільний член b визначає прогнозоване значення рівня споживання при нульовому доході (тобто автономне споживання). Однак тут необхідна обережність. Важливо, наскільки віддалені дані спостережень від осі координат залежної змінної, тому що навіть при вдалому виборі рівняння регресії для досліджуваного інтервалу немає гарантій, що вона залишиться саме такою і при істотному видаленні від вибірки. У розглянутому прикладі $b=3,699$ (грош.од.). Цей факт можна пояснити для окремого домогосподарства (витрата накопичених або позичених коштів), однак при розгляді сукупності домогосподарств він втрачає зміст.

Визначення тісноти лінійної залежності

Для оцінки тісноти кореляційної залежності використовують **вибірковий коефіцієнт кореляції**:

$$r_{\epsilon} = \rho_{yx} \frac{s_x}{s_y}, \quad (11)$$

де s_x, s_y – вибіркові середні квадратичні відхилення змінних X і Y відповідно.

Для обчислення коефіцієнта кореляції безпосередньо з даних спостереження використовують формулу

$$r_{xy} = \frac{\overline{xy} - \bar{x} \cdot \bar{y}}{\sqrt{\overline{x^2} - \bar{x}^2} \cdot \sqrt{\overline{y^2} - \bar{y}^2}}. \quad (12)$$

Вибірковий коефіцієнт кореляції приймає значення від -1 до +1. Якщо $r_{\epsilon} = 0$, то лінійний зв'язок відсутній, чим ближче значення $|r_{\epsilon}|$ до одиниці, тим тісніше зв'язок, і при $|r_{\epsilon}| = 1$ він стає функціональним.

Щоб оцінити, яка частина варіації залежної змінної пояснюється варіацією факторної ознаки, використовують **коефіцієнт детермінації R^2** :

$$R^2 = 1 - \frac{Q_{\text{зал}}}{Q_{\text{заг}}}, \quad (13)$$

де $Q_{\text{зал}}$ - залишкова сума квадратів відхилень, що характеризує вплив факторів, які не враховані в регресійній моделі:

$$Q_{\text{зал}} = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2; \quad (14)$$

$Q_{\text{заг}}$ – загальна сума квадратів відхилень статистичних значень залежної змінної від її середньої

$$Q_{\text{заг}} = \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2. \quad (15)$$

Величина R^2 приймає значення від 0 до 1 і характеризує якість рівняння регресії.

Приклад 2. Для аналізу тісноти лінійної залежності, отриманої в прикладі 1, обчислимо коефіцієнт кореляції:

$$r_{xy} = \frac{\overline{xy} - \bar{x} \cdot \bar{y}}{\sqrt{\overline{x^2} - \bar{x}^2} \cdot \sqrt{\overline{y^2} - \bar{y}^2}} = \frac{184,1625}{14,04 \cdot 13,23} = 0,9914.$$

Отримане значення коефіцієнта кореляції дозволяє зробити висновок про сильну лінійну залежність розглянутих показників, що також підтверджується розташуванням точок на полі кореляції щодо апроксимуючої прямої (рис. 2).

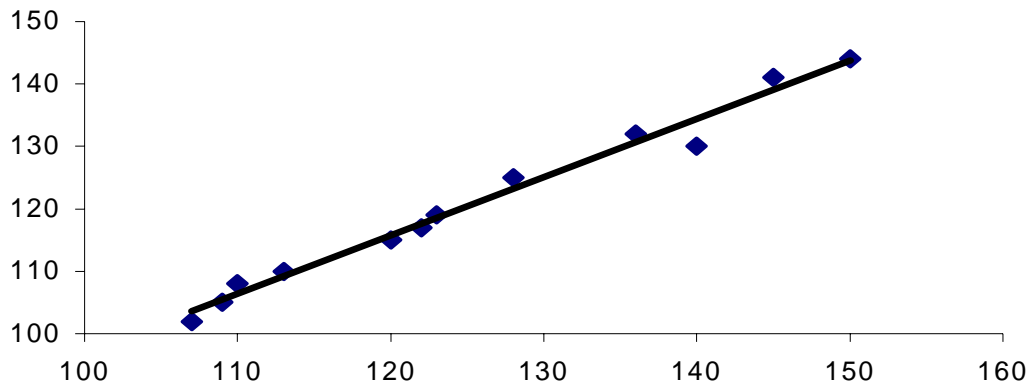


Рисунок 2 - Розташування апроксимуючої залежності щодо статистичних даних

Щоб визначити, яка частина варіації рівня споживання домашніми господарствами описується отриманим рівнянням регресії, обчислимо коефіцієнт детермінації R^2 :

$$R^2 = 1 - \frac{Q_{ост}}{Q_{обц}},$$

$$R^2 = 1 - \frac{2,938}{175,7} = 0,983.$$

Це означає, що вся варіація обсягу споживання домашніми господарствами, що викликана невизначено великим переліком факторів, на 98,3% залежить від рівня їхнього доходу, і тільки на 1,7% від інших факторів.

Перевірка статистичної значущості рівняння регресії

Перевірка значущості рівняння регресії дозволяє встановити, чи відповідає математична модель, що виражає залежність між змінними, статистичним даним. При цьому висувають **нульову гіпотезу**

$$H_0: \rho_{yx} = 0. \quad (16)$$

Перевірка значущості рівняння регресії провадиться шляхом **дисперсійного аналізу**, для чого в загальному випадку розраховують незміщені оцінки дисперсій залежної змінної, які викликані впливаючим фактором, $s_{факт}^2$, і впливом неврахованих факторів $s_{зал}^2$. Оцінки дисперсій $s_{факт}^2$ і $s_{зал}^2$ мають χ^2 -розподіл з $m-1$ і $n-m$ ступенями свободи відповідно, а їх відношення - F -розподіл з тими самими ступенями свободи. Рівняння регресії є значущим, якщо спостережуване значення F -статистики перевищує табличне значення критерію Фішера-Снедекора

$$F = \frac{s_{факт}^2}{s_{зал}^2} > F_{\alpha, k_1, k_2}, \quad (17)$$

де F_{α, k_1, k_2} - табличне значення F -критерію Фішера-Снедекора, визначене на рівні значущості α при $k_1 = m-1$ і $k_2 = n-m$ ступенях свободи;

m – число оцінюваних параметрів рівняння регресії;

n – число спостережень.

Якщо коефіцієнт детермінації R^2 відомий, то спостережуване значення F -статистики можна визначити за формулою

$$F = \frac{R^2}{1-R^2} \cdot \frac{n-m-1}{m}. \quad (18)$$

Отже, якщо спостережуване значення F -статистики перевищує табличне значення F -критерію Фішера-Снедекора, який відповідає рівневій значущості α при ступенях свободи k_1 і k_2 , нульова гіпотеза відхиляється.

Для оцінки значущості коефіцієнта кореляції висувають нульову гіпотезу

$$H_0: r_{xy} = 0. \quad (19)$$

При перевірці нульової гіпотези виходять з того, що при відсутності кореляційного зв'язку статистика

$$|t| = \frac{|r_{xy}| \sqrt{n-m-1}}{\sqrt{1-r^2}} \quad (20)$$

має t -розподіл Стюдента з $n-2$ ступенями свободи. Гіпотеза H_0 відхиляється, якщо

$$|t| = \frac{|r_{xy}| \sqrt{n-m-1}}{\sqrt{1-r^2}} > t_{n-m-1; \alpha}, \quad (21)$$

де $t_{n-m-1; \alpha}$ - табличне значення t -критерію Стюдента.

Приклад 3. Виконаємо перевірку адекватності моделі, отриманої в прикладі 1. З цією метою для перевірки нульової гіпотези: $H_0: \hat{\rho}_{yx} = 0$ обчислимо F -статистику:

$$F = \frac{R^2}{1-R^2} \cdot \frac{n-m-1}{m} = 264,61.$$

Знайдемо табличне значення F -критерію $F_{(\alpha; m; n-m-1)}$

$$F_{(0,05; 2; 9)} = 4,26.$$

Порівняємо табличне значення з експериментальним. Оскільки

$$F > F_{(0,05; 2; 9)},$$

нульова гіпотеза відхиляється, тобто коефіцієнти регресії є значущими.

Оцінимо значущість коефіцієнта кореляції, для чого обчислимо t -статистику

$$t = \frac{r_{xy} \sqrt{n-m-1}}{\sqrt{1-R^2}} = 22,81.$$

Знайдемо відповідне табличне значення t -розподілу при 9 ступенях свободи і рівні значущості $\alpha=0,05$ $t_{(n-m-1; \alpha/2)} = t_{(9; 0,025)}=2,262$.

Оскільки $|t| > t_{\text{табл.}}$, можна зробити висновок про вірогідність коефіцієнта кореляції, який характеризує тісноту зв'язку між залежною і незалежною змінними.

Визначення довірчих границь помилки апроксимації

Рівняння регресії визначає математичне сподівання залежної змінної \hat{y} , а не її фактичне значення y . Різниця $\hat{y} - y$ є стандартною помилкою рівняння, що породжена дією неврахованих факторів. Можна показати, що статистика $t = \frac{\hat{y} - M(Y)}{s_y}$ має t -розподіл Стюдента з $k=n-2$ ступенями свободи.

Для встановлення **довірчих меж** помилки апроксимації можна з певною імовірністю встановити граничне значення помилки рівняння регресії Δy і побудувати **довірчий інтервал** для умовного математичного сподівання $M(Y)$.

$$\Delta y = t_{\text{крит.}} s_y \sqrt{1 - R^2}, \quad (22)$$

де $t_{\text{крит.}}$ – критичне значення t при заданому рівні значущості і числі ступенів свободи $k=n-2$;

s_y – стандартна помилка групової середньої \hat{y} .

Приклад 4. Побудуємо довірчі межі для рівняння регресії, отриманого в прикладі 1. Скористаємося формулою (22), при цьому врахуємо, що для рівняння парної регресії при рівні значущості 5% $t_{\text{крит.}}=1,96$, тоді

$$\Delta y = 1,96 * \sqrt{175,7} * \sqrt{1 - 0,983} = 3,4,$$

що становить 2,82% (3,4/120,67).

Таким чином, остаточне рівняння регресії має вигляд:

$$y = 3,699 + 0,9339 x \pm 0,0282 \hat{Y}.$$

Нанесемо на графік довірчі межі (рис. 3).

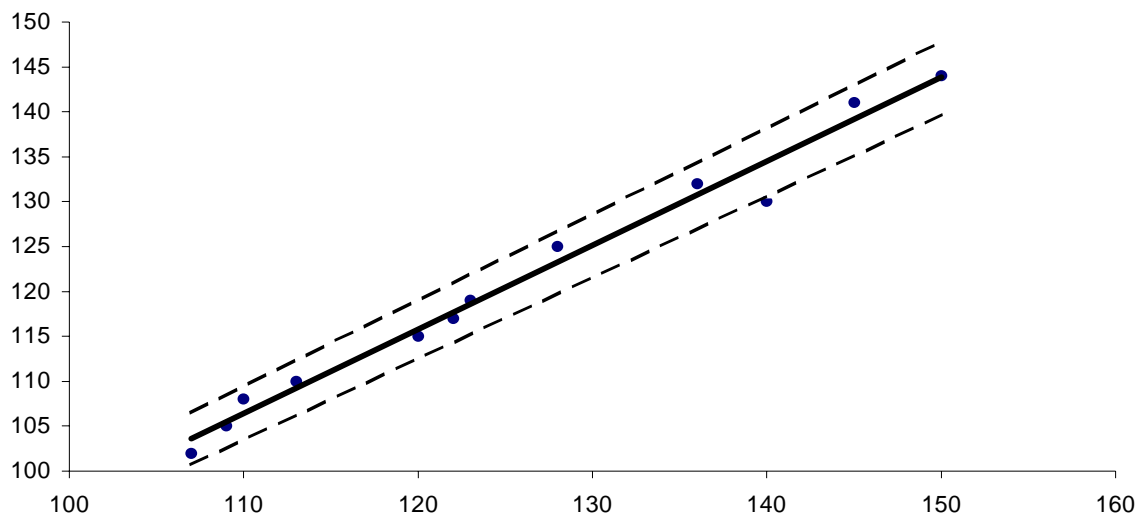


Рисунок 3 - Положення довірчих меж

Отримане рівняння регресії можна використовувати для аналізу впливу зміни рівня доходу на обсяг споживання домогосподарств, для прогнозування обсягу споживання при відомій тенденції рівня доходу, а також для порівняльного аналізу обсягу споживання домогосподарствами за різними регіонами.

ЗАВДАННЯ НА РОЗРАХУНКОВО-ГРАФІЧНУ РОБОТУ

Завдання 1 (варіанти 1-10)

На підставі вихідних даних побудувати економетричну модель, яка характеризує залежність між витратами на певний вид товару у грошових одиницях, і особовим доходом у грошових одиницях. Дослідити статистичну значущість моделі. Вихідні дані наведені в таблиці 3.

Таблиця 3 – Вихідні дані

Дохід, грош.од.	Поточні витрати, грош.од.			Послуги, грош.од.					Товари тривалого користування, грош.од.	
	Харчування	Одяг	Косметика	Плата за житло	Телефон	Медичні послуги	Відпочинок	Приватна освіта	Кухонне встаткування	Ювелірні вироби
	№ варіанта									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
544,9	99,7	36,3	3,1	60,9	4,7	8,8	9,6	5,6	4,2	2,2
559,7	100,9	36,6	3,5	64	5	9	10	6	4,2	2,2
575,4	102,5	37,3	3,9	67	5,4	9,1	10,4	6,3	4,2	2,2
602	103,5	38,9	4,2	70,7	5,7	9,8	10,9	6,6	4,4	2,3
622,9	104,6	39,6	4,5	74	6,1	10,2	11,3	7	4,6	2,5
658	108,8	42,6	4,8	77,4	6,6	11,9	11,6	7,4	5,1	2,6
700,4	113,7	44,2	5,3	81,6	7,3	12,1	11,9	8,1	5,2	2,9
740,6	116,6	46,9	5,9	85,3	8,1	12,1	12,4	8,8	5,8	3,6
774,4	118,6	46,9	6,3	89,1	8,7	12,5	12,7	9,3	6	3,9
816,2	123,4	49	6,6	93,5	9,5	12,8	13,4	10	6,6	4,1
853,5	125,9	50	6,8	98,4	10,4	13,6	14,1	10,6	7	4,1
876,8	129,4	49,4	7	102	11,2	14,4	14,6	10,9	7,3	4,1
900	130	51,8	7,1	106,4	11,7	14,8	15,1	11,2	7,9	4,3
951,4	132,4	55,4	7,4	112,5	12,4	15,7	15,8	11,7	8,9	4,6
1007,9	129,4	59,3	7,9	118,2	13,7	16,9	16,9	11,9	9,9	5,2
1004,8	128,1	58,7	7,8	124,2	14,4	17,2	17,6	11,7	9,9	5,4
1010,8	132,3	60,9	7,4	128,3	15,9	17,8	17,9	12,1	9,3	5,5
1056,2	139,7	63,8	7,5	134,9	17,1	18	19,1	12,2	9,7	6,1
1105,4	145,2	67,5	7,8	141,3	18,3	19,2	20,4	12,2	10,5	6,3
1162,3	146,1	73,6	8,1	148,5	20	18,6	21,8	12,7	11,1	6,8
1200,7	149,3	76,7	8,4	154,8	21,6	20,1	22,2	13,1	11,9	6,7
1209,5	153,2	77,9	8,3	159,8	22,7	21,5	23,4	13,3	12,1	6,3
1248,6	153	82,6	8,3	164,8	23,3	22	26,1	13,7	12,4	6,6
1254,4	154,6	84,2	8,1	167,5	24,1	22,4	27,7	13,6	11,9	6,7
1284,6	161,2	88,5	8,1	171,3	24,2	23,3	29,8	13,7	12,7	7

Завдання 2 (варіанти 11-20)

За територіями регіону наводяться дані за 20XX р. (див. таблицю свого варіанту). Потрібно побудувати лінійне рівняння парної регресії y на x ; розрахувати лінійний коефіцієнт парної кореляції і середню помилку апроксимації; оцінити статистичну значущість параметрів регресії і кореляції за допомогою F -критерію Фішера-Снедекора і t -критерію Стьюдента; виконати прогноз заробітної плати y при прогнозованому значенні середньодушового прожиткового мінімуму x , що становить 107% від середнього рівня; оцінити точність прогнозу, розрахувавши помилку прогнозу і його довірчий інтервал; на одному графіку побудувати вихідні дані і теоретичну пряму.

Таблиця 4 – Варіант 11

Номер регіону	Середньодушовий прожитковий мінімум у день одного працездатного, грн., x	Середньоденна заробітна плата, грн., y
1	81	124
2	77	131
3	85	146
4	79	139
5	93	143
6	100	159
7	72	135
8	90	152
9	71	127
10	89	154
11	82	127
12	111	162

Таблиця 5 – Варіант 12

Номер регіону	Середньодушовий прожитковий мінімум у день одного працездатного, грн., x	Середньоденна заробітна плата, грн., y
1	74	122
2	81	134
3	90	136
4	79	125
5	89	120
6	87	127
7	77	125
8	93	148
9	70	122
10	93	157
11	87	144
12	121	165

Таблиця 6 – Варіант 13

Номер регіону	Середньодушовий прожитковий мінімум у день одного працездатного, грн., x	Середньоденна заробітна плата, грн., y
1	77	123
2	85	152
3	79	140
4	93	142
5	89	157
6	81	181
7	79	133
8	97	163
9	73	134
10	95	155
11	84	132
12	108	165

Таблиця 7 – Варіант 14

Номер регіону	Середньодушовий прожитковий мінімум у день одного працездатного, грн., x	Середньоденна заробітна плата, грн., y
1	83	137
2	88	142
3	75	128
4	89	140
5	85	133
6	79	153
7	81	142
8	97	154
9	79	132
10	90	150
11	84	132
12	112	166

Таблиця 8 – Варіант 15

Номер регіону	Середньодушовий прожитковий мінімум у день одного працездатного, грн., x	Середньоденна заробітна плата, грн., y
1	79	134
2	91	154
3	77	128
4	87	138
5	84	133
6	76	144
7	84	160
8	94	149
9	79	125
10	98	163
11	81	120
12	115	162

Таблиця 9 – Варіант 16

Номер регіону	Середньодушовий прожитковий мінімум у день одного працездатного, грн., x	Середньоденна заробітна плата, грн., y
1	92	147
2	78	133
3	79	128
4	88	152
5	87	138
6	75	122
7	81	145
8	96	141
9	80	127
10	102	151
11	83	129
12	94	147

Таблиця 10 – Варіант 17

Номер регіону	Середньодушовий прожитковий мінімум у день одного працездатного, грн., x	Середньоденна заробітна плата, грн., y
1	75	133
2	78	125
3	81	129
4	93	153
5	86	140
6	77	135
7	83	141
8	94	152
9	88	133
10	99	156
11	80	124
12	112	156

Таблиця 11 – Варіант 18

Номер регіону	Середньодушовий прожитковий мінімум у день одного працездатного, грн., x	Середньоденна заробітна плата, грн., y
1	69	124
2	83	133
3	92	146
4	97	153
5	88	138
6	93	159
7	74	145
8	79	152
9	105	168
10	99	154
11	85	127
12	94	155

Таблиця 12 – Варіант 19

Номер регіону	Середньодушовий прожитковий мінімум у день одного працездатного, грн., x	Середньоденна заробітна плата, грн., y
1	78	133
2	94	139
3	85	141
4	73	127
5	91	154
6	88	142
7	73	122
8	82	135
9	99	142
10	113	168
11	69	124
12	83	130

Таблиця 13 – Варіант 20

Номер регіону	Середньодушовий прожитковий мінімум у день одного працездатного, грн., x	Середньоденна заробітна плата, грн., y
1	97	161
2	73	131
3	79	135
4	99	147
5	86	139
6	91	151
7	85	135
8	77	132
9	89	161
10	95	159
11	72	120
12	115	160

Таблиця F -розподілу Фішера-Снедекора
для рівня значущості $\alpha=0,05$ (5%)

$n-m-1$	m									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	161	200	216	225	230	234	237	239	241	242
2	18,5	19,0	19,2	19,2	19,3	19,3	19,4	19,4	19,4	19,4
3	10,1	9,55	9,28	9,20	9,01	8,94	8,89	8,85	8,81	8,79
4	7,71	6,94	6,59	6,39	6,26	6,16	6,09	6,04	6,00	5,96
5	6,61	5,79	5,41	5,19	5,05	4,95	4,88	4,82	4,77	4,74
6	5,99	5,14	4,76	4,53	4,39	4,28	4,21	4,15	4,10	4,06
7	5,59	4,74	4,35	4,12	3,97	3,87	3,79	3,73	3,68	3,64
8	5,32	4,46	4,07	3,84	3,69	3,58	3,50	3,44	3,39	3,35
9	5,12	4,26	3,68	3,63	3,48	3,37	3,29	3,23	3,18	3,14
10	1,96	4,10	3,71	3,48	3,33	3,22	3,14	3,07	3,02	2,98

Таблиця t -розподілу Стьюдента
(критичні значення $t(\alpha, n-m-1)$)

Тест	Рівень значущості α							
Двобічний	50 %	20 %	10 %	5 %	2 %	1 %	0,2 %	0,1 %
Однобічний	25 %	10 %	5 %	2,5 %	1 %	0,5 %	0,1 %	0,05 %
$n-m-1$								
1	1,000	3,078	6,314	12,706	31,821	63,657	318,31	636,62
2	0,861	1,886	2,920	4,303	6,965	9,925	22,327	31,598
3	0,765	1,638	2,353	3,182	4,541	5,841	10,214	12,924
4	0,741	1,533	2,132	2,776	3,747	4,604	7,173	8,610
5	0,727	1,476	2,015	2,571	3,365	4,032	5,893	6,869
6	0,718	1,440	1,943	2,447	3,143	3,707	5,208	5,959
7	0,711	1,415	1,895	2,365	2,998	3,499	4,785	5,408
8	0,706	1,397	1,860	2,306	2,896	3,355	4,501	5,041
9	0,703	1,383	1,833	2,262	2,821	3,250	4,297	4,781
10	0,700	1,372	1,812	2,228	2,764	3,169	4,144	4,587

РЕКОМЕНДОВАНІ ДЖЕРЕЛА

1. Воронков О. О. Конспект лекцій з курсу «Економетрика» (для студентів заочної форми навчання освітньо-кваліфікаційного рівня «бакалавр» напряму підготовки 6.030504 - Економіка підприємства) / О. О. Воронков; Харків. нац. ун-т міськ. госп-ва ім. О. М. Бекетова. - Харків: ХНУМГ ім. О. М. Бекетова, 2015. - 90 с.
2. Методичні вказівки до практичних занять і самостійної роботи з курсу «Економетрика» (для студентів заочної форми навчання освітньо-кваліфікаційного рівня «бакалавр» напряму підготовки 6.030504 Економіка підприємства) / Харк. нац. ун-т міськ. госп-ва ім. О. М. Бекетова; уклад. О. О. Воронков. - Харків: ХНУМГ ім. О. М. Бекетова, 2015. - 49 с.
3. Наконечный С. И. Эконометрия: учебник / С. И. Наконечный, Т. П. Терещенко. - К.: КНЕУ, 2001.
4. Кремер Н. Ш. Эконометрика : Учебник для вузов / [Н. Ш. Кремер, Б. А. Путко; под ред. проф. Н. Ш. Кремера]. - М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2002. - 311 с.
5. Практикум по эконометрике : Учебн. пособие / [И. И. Елисеева, С. В. Курышева, Н. М. Гордиенко и др.; Под ред. И. И. Елисеевой]. - М.: Финансы и статистика, 2002. - 192 с.
6. Лещинский О. Л. Эконометрия : учеб. пособ. / О. Л. Лещинский, Рязанцева В. В., О. О. Юнькова. - К.: МАУП, 2003.
7. Доугерти К. Введение в эконометрику : Пер. с англ. / К. Доугерти. - М.: Финансы и статистика, 1999. - 402 с.
8. Магнус Я. Р. Эконометрика. Начальный курс / Я. Р. Магнус, П. К. Катышев, А. А. Пересецкий. - М.: Дело, 2001. - 400 с.
9. Цифровий репозиторій ХНУМГ ім. О. М. Бекетова: <http://eprints.kname.edu.ua>.
10. Національна парламентська бібліотека України: <http://ukrlibrary.org>.

ЗМІСТ

ЗАГАЛЬНІ ВІДОМОСТІ	3
ОСНОВНІ ПОЛОЖЕННЯ.....	5
Побудова кореляційної залежності	5
Метод найменших квадратів.....	5
Визначення тісноти лінійної залежності	8
Перевірка статистичної значущості рівняння регресії.....	9
Визначення довірчих границь помилки апроксимації	11
ЗАВДАННЯ НА РОЗРАХУНКОВО-ГРАФІЧНУ РОБОТУ	14
Завдання 1 (варіанти 1 - 10)	14
Завдання 2 (варіанти 11 - 20)	15
Додаток 1 Таблиця F -розподілу Фішера-Снедекора для рівня значущості $\alpha=0,05$ (5%).....	19
Додаток 2 Таблиця t -розподілу Стьюдента (критичні значення $t(\alpha, n-m-1)$).....	19
РЕКОМЕНДОВАНІ ДЖЕРЕЛА	20

Навчальне видання

Методичні вказівки

до виконання розрахунково-графічної роботи з курсу

ЕКОНОМЕТРИКА

*(для студентів заочної форми навчання освітньо-кваліфікаційного рівня
«бакалавр» напрямку підготовки 6.030504 - Економіка підприємства)*

Укладач: **ВОРОНКОВ** Олексій Олександрович

Відповідальний за випуск: *А. Є. Ачкасов*

За авторською редакцією

Комп'ютерне верстання: *І. В. Волосожарова*

План 2015, поз. 479 М

Підп. до друку 03.04.2015 р.
Друк на різнографі
Тираж 50 пр.

Формат 60x84/16
Ум. друк. арк. 0,7
Зам. №

Видавець і виготовлювач:

Харківський національний університет
міського господарства імені О. М. Бекетова,
вул. Революції, 12, Харків, 61002

Електронна адреса: rectorat@kname.edu.ua

Свідоцтво суб'єкта видавничої справи:

ДК № 4705 від 28.03.2014 р.